1.1.EPREUVE DE MATHEMAIQUES-SERIE B

REPUBLIQUE GABONAISE
DIRECTION DU BACCALAUREAT

2015 – MATHEMATIQUES
Séries : B
Durée : 3 heures
Coef. : 3

L'usage de la calculatrice est autorisé

EXERCICE 1 : 5 points

Soit le polynôme $P(x) = -2x^3 + 7x^2 + 7x - 30$.

1. Calculer $P(3)$.
2. Déterminer les nombres réels a , b et c tels que :
$$P(x) = (x-3)(ax^2 + bx + c)$$
3. Soit le polynôme $Q(x) = -2x^2 + x + 10$
   a) Factoriser $Q(x)$.
   b) En déduire une factorisation de $P(x)$.
4. Résoudre dans IR l'équation : $P(x) = 0$.
5. En déduire la résolution dans IR des équations suivantes :
   a) $-2(lnx)^3 + 7(lnx)^2 + 7lnx - 30 = 0$.
   b) $-2e^{3x} + 7e^{2x} + 7e^{x} - 30 = 0$.

EXERCICE 2 : 4 points

Au cours de l'année 2013, la production d'une coopérative agricole a été de 6000 régimes de bananes. Durant les années suivantes, cette production baisse de 8% par an. On note P_0 la production de l'année 2013, P_1 celle de 2014, P_2 celle de 2015 et P_n la production de l'année 2013 $+n$.

1. Calculer P_1 et P_2.

2.
   a) Justifier que $P_{n+1} = 0{,}92P_n$.
   b) En déduire que (P_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
   c) Justifier que $P_n = 6000 \times (0{,}92)^n$.

3. La production n'est plus rentable lorsque celle-ci est inférieure ou égale à 1200 régimes de bananes par an.
   a) Démontrer que le nombre d'années au cours desquelles la production sera rentable est de 20 ans
   b) b) Déterminer la production totale durant la période de rentabilité (à partir du 1er janvier 2013).

EXERCICE 3 : 5 points

Le tableau ci-dessous est un extrait des documents statistiques de la commission électorale d'un pays. Il donne le nombre d'électeurs (en millions) au cours des neuf dernières élections présidentielles ; ces élections se déroulant tous les cinq ans.

Année	1974	1979	1984	1989	1994	1999	2004	2009	2014
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre y_i d'électeurs	13	11	9	6	5	4	3,5	2,5	2

Dans tout cet exercice, les résultats seront donnés à 10^{-2} près par excès.

1.
   a) Représenter le nuage de points de cette série statistique double dans le plan muni du repère orthogonal (O, I, J). On prendra 1cm pour 1 rang sur l'axe des abscisses et 0,5 cm pour 1 million de personnes sur l'axe des ordonnées. L'origine du repère sera le point de coordonnées (0 ; 30).
   b) Déterminer les coordonnées du point moyen G. Placer G dans le repère.

2. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y. Que peut-on en déduire ?

3. Par la méthode des moindres carrés, donner une équation de la droite de régression de y en x, puis tracer cette droite dans le même repère que le nuage de points.

4. Déterminer le nombre d'électeurs qu'il y'aura lors de la prochaine élection si la tendance est maintenue?

5. Le Président de ladite commission affirme : « Si cette tendance se maintient, un jour il n'y aura plus d'électeurs lors des présidentielles ». Dit-il vrai ? Si oui, à partir de quelle année cela se produira-t-il ?

<u>EXERCICE 4</u> : 6 points

On se propose d'étudier la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par :

$f(x) = -x + ln(x+1) - lnx$ et de tracer sa courbe représentative (C) dans un repère orthonormé $(O\,,\,I\,,J)$ d'unités : 2 cm.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\frac{x^2+x+1}{x(x+1)} \geq 0$.

2.
   a) Déterminer la limite de f en 0 .
   b) Vérifier que pour tout x de $]0\,;+\infty[$, $f(x) = -x + ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$.
   En déduire la limite de f en $+\infty$.

3.
   a) Soit f' la fonction dérivée de f. Calculer $f'(x)$ et prouver que

$f'(x) = -\frac{x^2+x+1}{x(x+1)}$ pour tout x de $]0\,;+\infty[$.

   b) En déduire le signe de $f'(x)$ sur $]0;+\infty[$et le sens de variation de f.
   c) Dresser le tableau des variations de f sur $]0;+\infty[$

4.

a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\propto$.

b) Justifier que $\propto \in \left]\frac{1}{2}\,;\,1\right[$.

5.

a) Démontrer que la droite (Δ) d' équation $y = -x$ est asymptote à la courbe (C) en $+\infty$.

b) Etudier la position de (C) par rapport à (Δ).

6. Construire (C) et (Δ) (on prendra $\propto = 0{,}8$).